



Agnieszka Sibelska
(Uniwersytet Łódzki)

O pewnych warunkach współczynnikowych dla funkcji harmonicznych

W 1984 r. J. Clunie i T. Sheil-Small [CS-S] zapoczątkowali badania zespolonych funkcji harmonicznych w kole $\Delta = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$, tj. funkcji f postaci

$$(1) \quad f = h + \bar{g}, \quad h(z) = z + \sum_{n=2}^{\infty} a_n z^n, \quad g(z) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n z^n, \quad z \in \Delta, |b_1| < 1.$$

Wielu matematyków badało klasy funkcji postaci (1), spełniających pewne warunki współczynnikowe, np. w [AZ], [G], [L]. W szczególności w pracy [JLS] rozważano funkcje harmoniczne w Δ , postaci (1) takie, że

$$(2) \quad |b_1| + \sum_{n=2}^{\infty} (n^p \alpha + (1-\alpha)n^{p+1}) (|a_n| + |b_n|) \leq 1, \quad \text{gdzie } \alpha \in (0,1), p > 0.$$

W 1987 r. W. Hergartner oraz G. Schober przedstawili wyniki związane z harmonicznymi funkcjami zespolonymi w $\tilde{U} = \{z \in \mathbb{C} : |z| > 1\}$, tj. funkcjami F postaci

$$(3) \quad F(z) = H(z) + \bar{G}(z) + A \log|z|, \quad H(z) = \gamma z + \sum_{n=1}^{\infty} A_n z^{-n}, \quad G(z) = \beta z + \sum_{n=1}^{\infty} B_n z^{-n}, \quad z \in \tilde{U}, A \in \mathbb{C}, 0 \leq |\beta| < |\gamma|.$$

W komunikacie przedstawione zostaną pewne własności funkcji postaci (3) takich, że

$$(4) \quad \sum_{n=1}^{\infty} (n\alpha + (1-\alpha)n^2) (|A_n| + |B_n|) \leq |\gamma| - |\beta| - |A|, \quad \text{gdzie } \alpha \in (0,1).$$

Literatura:

- [AZ] Y. Avci, E. Złotkiewicz, *On harmonic univalent mappings*, Ann.Univ. Mariae Curie-Skłodowska, Sec.A, XLIV (1) (1990), 1-7.
- [CS-S] J. Clunie, T. Sheil-Small, *Harmonic univalent mappings*, Ann. Acad. Sci. Fenn., Ser. A. I. Math., 9 (1984), 3-25.
- [G] A. Ganczar, *On harmonic univalent functions with small coefficients*, Demonstratio Math., XXXIV (3) (2001), 549-558.
- [HG] W. Hergartner, G. Schober, *Univalent harmonic functions*, Trans.Amer.Math. Soc. 299 (1987), 1-31.
- [L] A. Łazińska, *On complex mappings harmonic in the unit disc with some coefficient conditions*, Folia Sci. Univ. Technicae Resoviensis, Math. z. 26, 199 (2002),
- [JLS] Z.J. Jakubowski, A. Łazińska, A. Sibelska, *On some properties of complex harmonic mappings with a two-parameter coefficient condition*, przyjęty do druku w Mathematica Balcanica