

Gabriela Adamczyk, Anna Łazińska
(Uniwersytet Łódzki)

O pewnych klasach zespolonych jednolistnych funkcji harmonicznych w kole jednostkowym

Jak wiadomo, w 1984 r. J. Clunie i T. Sheil – Small ([2]) podjęli rozważania na temat funkcji zespolonych h postaci $h=u+iv$ określonych w kole jednostkowym $\Delta=\{z\in\mathbb{C}: |z|<1\}$ takich, że u, v są rzeczywistymi funkcjami harmonicznymi w Δ . Funkcję h nazywamy wówczas zespoloną funkcją harmoniczną w kole jednostkowym. Funkcję h oczywiście daje się przedstawić w postaci $h=f+\bar{g}$, gdzie f i g są funkcjami holomorficznymi w Δ . Badania z zakresu tej tematyki kontynuowane były przez wielu matematyków. Znana jest m.in. praca Y. Avci i E. Złotkiewicza ([1]) dotycząca funkcji harmonicznych w kole jednostkowym, spełniających pewne analityczne warunki zależne od współczynników rozwinięć funkcji f i g .

W referacie zostaną przedstawione niektóre własności klasy funkcji h harmonicznych postaci

$$(1) \quad h = f + \bar{g}, \quad f(z) = z + \sum_{n=2}^{\infty} a_n z^n, \quad g(z) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n z^n, \quad z \in \Delta, \quad |b_1| < 1,$$

dla których spełniony jest warunek

$$(2) \quad \sum_{n=2}^{\infty} (\alpha n + (1-\alpha)n^2) (|a_n| + |b_n|) \leq 1 - |b_1|, \quad \text{gdzie } \alpha \in (0, 1),$$

oraz ogólniejszej rodziny funkcji postaci (1) spełniających warunek

$$(3) \quad \sum_{n=2}^{\infty} \varphi_n (|a_n| + |b_n|) \leq 1 - |b_1|,$$

gdzie $(\varphi_n)_{n=2,3,\dots}$ jest dowolnie ustalonym ciągiem dodatnich liczb rzeczywistych.

Okazuje się, że warunek (2) implikuje jednolistność funkcji h w Δ . Przedstawione zostaną m.in. wyniki dotyczące promienia jednolistności, gwiazdistości i wypukłości w tak zdefiniowanych klasach.

[1] Avci Y., Złotkiewicz E., *On harmonic univalent mappings*, Ann. UMCS, Sect.A, vol. XLIV,1 (1990), 1-7,

[2] Clunie T., Sheil – Small T., *Harmonic univalent functions*, Ann. Acad. Sci. Fenn. Ser. A. I. Math., 9 (1984), 3-25.